

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΛΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

α. Θα έχουμε

1. $x^2 = 2 - \sqrt{16} \Leftrightarrow x^2 = 2 - 4 \Leftrightarrow x^2 = -2$

η εξίσωση είναι αδύνατη

2. $x^2 = 8 - \sqrt{64} \Leftrightarrow x^2 = 8 - 8 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

3. $x^2 = 3 - \sqrt{4} \Leftrightarrow x^2 = 3 - 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \mp\sqrt{1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 1 \text{ η } x = -1$

β. Θα έχουμε

1B 2E 3H 4A 5Θ 6Γ 7Θ 8Θ 9Δ 10Z

ΖΗΤΗΜΑ 2°

α. Το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου

με διάμετρο βάσης δ και ύψος κυλίνδρου υ

είναι: $E_{\Pi} = \pi\delta\upsilon$

β. Το εμβαδό κυκλικού τομέα σε κύκλο ακτίνας ρ και

τόξου α rad είναι: $E = \frac{1}{2} \alpha \rho^2$

γ. Μια εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε τεταρτοκύκλιο

είναι $\frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

δ. Μια επίκεντρη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο

είναι 180°

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

Ένας πατέρας είχε ένα χρηματικό ποσό και το μοίρασε στους τρεις γιους του ως εξής:
Κράτησε πρώτα για τον εαυτό του το $\frac{1}{5}$ του ποσού που πήραν και οι τρεις γιοι του μαζί.
Ο πρώτος γιός πήρε το $\frac{1}{3}$ του αρχικού ποσού, ο δεύτερος γιός πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού
και ο τρίτος γιός πήρε το $\frac{1}{5}$ του ποσού συν 500 € ακόμη.
Να βρείτε το χρηματικό ποσό που είχε ο πατέρας

Εστω x το χρηματικό ποσό τότε θα έχουμε την παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 500 + \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 500 \right) \cdot \frac{1}{5} = x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + 500 + \frac{x}{15} + \frac{x}{20} + \frac{x}{25} + \frac{500}{5} = x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{15} + \frac{x}{20} + \frac{x}{25} + 600 = x \Leftrightarrow \text{ΕΚΠ}=300$$

$$\Leftrightarrow 300 \frac{x}{3} + 300 \frac{x}{4} + 300 \frac{x}{5} + 300 \frac{x}{15} + 300 \frac{x}{20} + 300 \frac{x}{25} + 300 \cdot 600 = 300 x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100x + 75x + 60x + 20x + 15x + 12x + 180000 = 300 x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 282x - 300 x = -180000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -18 x = -180000 \Leftrightarrow x = \frac{-180000}{-18} \Leftrightarrow x = 10.000 \text{ €}$$

ΖΗΤΗΜΑ 2°

Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων δίνονται τα σημεία
A(3,4) και B(-2,1)

η απόσταση του A από τον άξονα $x'x$ είναι 4

η απόσταση του B από τον άξονα $y'y$ είναι 2

η απόσταση του A από την αρχή των αξόνων O

θα είναι $OA^2 = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow OA^2 = 25 \Leftrightarrow OA = 5$

η απόσταση του A από το B θα είναι

από τον τύπο για δύο σημεία A(x_1, y_1) και B(x_2, y_2)

η απόσταση

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (1 - 4)^2} = \\ = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{34} \Leftrightarrow \mathbf{AB = \sqrt{34}}$$

ΖΗΤΗΜΑ 3^ο

επειδή $\tan \omega = \frac{5}{12}$ η γωνία ω σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο

θα είναι οξεία γωνία με προσκείμενη πλευρά 12

και απέναντι 5 με το πυθαγόρειο θεώρημα υπολογίζουμε

την υποτείνουσα που είναι 13 άρα $\cos \omega = \frac{12}{13}$ και

$\sin \omega = \frac{5}{13}$ άρα η παράσταση

$$A = 52 \cos \omega - 39 \sin \omega - 84 \tan \omega + 2 = \\ = 52 \frac{12}{13} - 39 \frac{5}{13} - 84 \frac{5}{12} + 2 = 4 \cdot 12 - 3 \cdot 5 - 7 \cdot 5 + 2 = \\ = 48 - 15 - 35 + 2 = 0 \Leftrightarrow \mathbf{A = 0}$$

Σημείωση: \sin =ημίτονο, \cos =συνημίτονο, \tan =εφαπτομένη, \cot =συνεφαπτομένη

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΓΙΩΡΓΟΣ ΔΕΡΕΚΑΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ