ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΛΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

α. **Μονώνυμο ονομάζεται μια ακέραια αλγεβρική παράσταση στην οποία μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού.**

β. **Μονώνυμα είναι τα παρακάτω :**

$\frac{3}{4}xy^3 \qquad (4+3\sqrt{2})y^4 \qquad -\frac{2}{3}\alpha\beta^2\omega^3$

γ. Θα έχουμε από το 2ο μέλος

$$(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)=\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2-\beta\alpha^2-\alpha\beta^2-\beta^3=\alpha^3-\beta^3$$

δ. **Για να παραγοντοποιήσουμε το τριώνυμο $ax^2+\beta x+\gamma$**

επειδή Δ=0 η εξίσωση $ax^2+\beta x+\gamma=0$

θα έχει μια λύση διπλή την x_1 αρα θα έχουμε

$$ax^2+\beta x+\gamma=a(x-x_1)(x-x_1)=a(x-x_1)^2.$$

ΖΗΤΗΜΑ 2°

1. **Τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων είναι:**

Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν:

α. δύο πλευρές ίσες μία προς μία ή

β. μία πλευρά ίση και μία οξεία γωνία ίση

2. Δύο πολύγωνα είναι όμοια όταν έχουν

τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες

3.

α. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες τότε είναι όμοια. ΣΩΣΤΟ

β. Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων σχημάτων είναι ίσος με τον λόγο ομοιότητάς τους . ΛΑΘΟΣ

το σωστό είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους.

γ. $\sin 150^\circ = -\sin 30^\circ$ **ΛΑΘΟΣ**

το σωστό $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$

δ. $\tan 110^\circ = -\tan 70^\circ$ **ΣΩΣΤΟ**

ε. **Αν** $\cos^2 \omega = \frac{2}{7}$ **τότε** $\sin^2 \omega = \frac{4}{7}$ **ΛΑΘΟΣ**

γιατί πρέπει να ισχύει $\cos^2 \omega + \sin^2 \omega = 1$

<u>Σημείωση</u>: sin=ημίτονο ,cos=συνημίτονο ,tan=εφαπτομένη, cot=συνεφαπτομένη

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

Θα έχουμε

$$\frac{2x^2-2y^2+4y+12x+16}{2x-2y+8} = \frac{2(x^2-y^2+2y+6x+8)}{2(x-y+4)} = \frac{2(x^2-y^2+2y+6x+9-1)}{2(x-y+4)} =$$

$$= \frac{x^2+6x+9-y^2+2y-1}{x-y+4} = \frac{x^2+2x3+3^2-(y^2-2y1+1^2)}{x-y+4} = \frac{(x+3)^2-(y-1)^2}{x-y+4} =$$

$$= \frac{(x+3+y-1)(x+3-y+1)}{x-y+4} = \frac{(x+y+2)(x-y+4)}{x-y+4} = x+y+2$$

ΖΗΤΗΜΑ 2°

Θέλουμε να βρούμε την εξίσωση της παραβολής

$$y = x^2 + (\mu - 2)x + (2\nu - 1)$$

επειδή έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία **x=1** και το ελάχιστό της είναι – 9

η κορυφή της παραβολής θα είναι **Κ(1, −9)**

όμως γνωρίζουμε ότι σε μια παραβολή με εξίσωση

$y = ax^2 + \beta x + \gamma$ **η κορυφή είναι** $\mathrm{K}\left(-\frac{\beta}{2\alpha}, -\frac{\Delta}{4\alpha}\right)$.

Συνεπώς θα έχουμε

$$-\frac{\beta}{2\alpha} = 1 \Leftrightarrow -\frac{\mu-2}{2} = 1 \Leftrightarrow \mu - 2 = -2 \Leftrightarrow \mu = +2 - 2 \Leftrightarrow \mu = 0$$

και $-\frac{\Delta}{4\alpha} = -9 \Leftrightarrow -\frac{(\mu-2)^2 - 4(2\nu-1)}{4} = -9 \Leftrightarrow$

$$-\frac{(-2)^2 - 8\nu + 4}{4} = -9 \Leftrightarrow \frac{-4 + 8\nu - 4}{4} = -9 \Leftrightarrow \nu = -\frac{7}{2}$$

Άρα η εξίσωση της παραβολής είναι $y = x^2 - 2x - 8$

ΖΗΤΗΜΑ 3°

Δίνεται ω=αμβλεία $\sin\omega = \frac{2}{3}$

Θα έχουμε $\cos^2\omega = 1 - \sin^2\omega \Leftrightarrow \cos^2\omega = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos^2\omega = 1 - \frac{4}{9} \Leftrightarrow \cos^2\omega = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \cos\omega = \mp\frac{\sqrt{5}}{3}$ **και**

Επειδή ω=αμβλεία το $\cos\omega = \alpha\rho\nu\eta\tau\iota\kappa\acute{o}$ **άρα** $\cos\omega = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

και $\tan\omega = \frac{\sin\omega}{\cos\omega} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **άρα** $\tan\omega = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$A = 5\tan\omega - 25\tan^2\omega + 30\sin\omega - 6\cos\omega =$$

$$= 5\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) - 25\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 + 30 \cdot \frac{2}{3} - 6\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) =$$

$= -2\sqrt{5} - 20 + 20 + 2\sqrt{5} = 0$ **άρα** **Α=0**

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΓΙΩΡΓΟΣ ΔΕΡΕΚΑΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ